



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE

Wytrzymałość Materiałów

Podstawowe pojęcia

Wytrzymałość materiałów, projektowanie konstrukcji, siły wewnętrzne, siły przekrojowe, naprężenie

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Katedra Wytrzymałości, Zmęczenia Materiałów i Konstrukcji

Dr hab. inż. Kinga Nalepka

B2, III p., pok. 312

e-mail: knalepka@agh.edu.pl

tel. 12 617 30 98

1. Literatura



[1] Wolny S., Siemieniec A.: **Wytrzymałość materiałów. Cz. 1, Teoria, zastosowanie. AGH Uczelniane Wydaw. Naukowo-Dydaktyczne.**



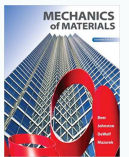
[2] Piechnik S.: **Mechanika techniczna ciała stałego. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2007**



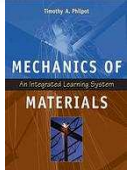
[3] Dyląg Z., Jakubowicz A., Orłós Z.: **Wytrzymałość materiałów. T. 1. WNT, Warszawa 2003.**



[4] Niezgodziński M.E., Niezgodziński T.: **Wytrzymałość Materiałów. Warszawa, PWN 2009.**



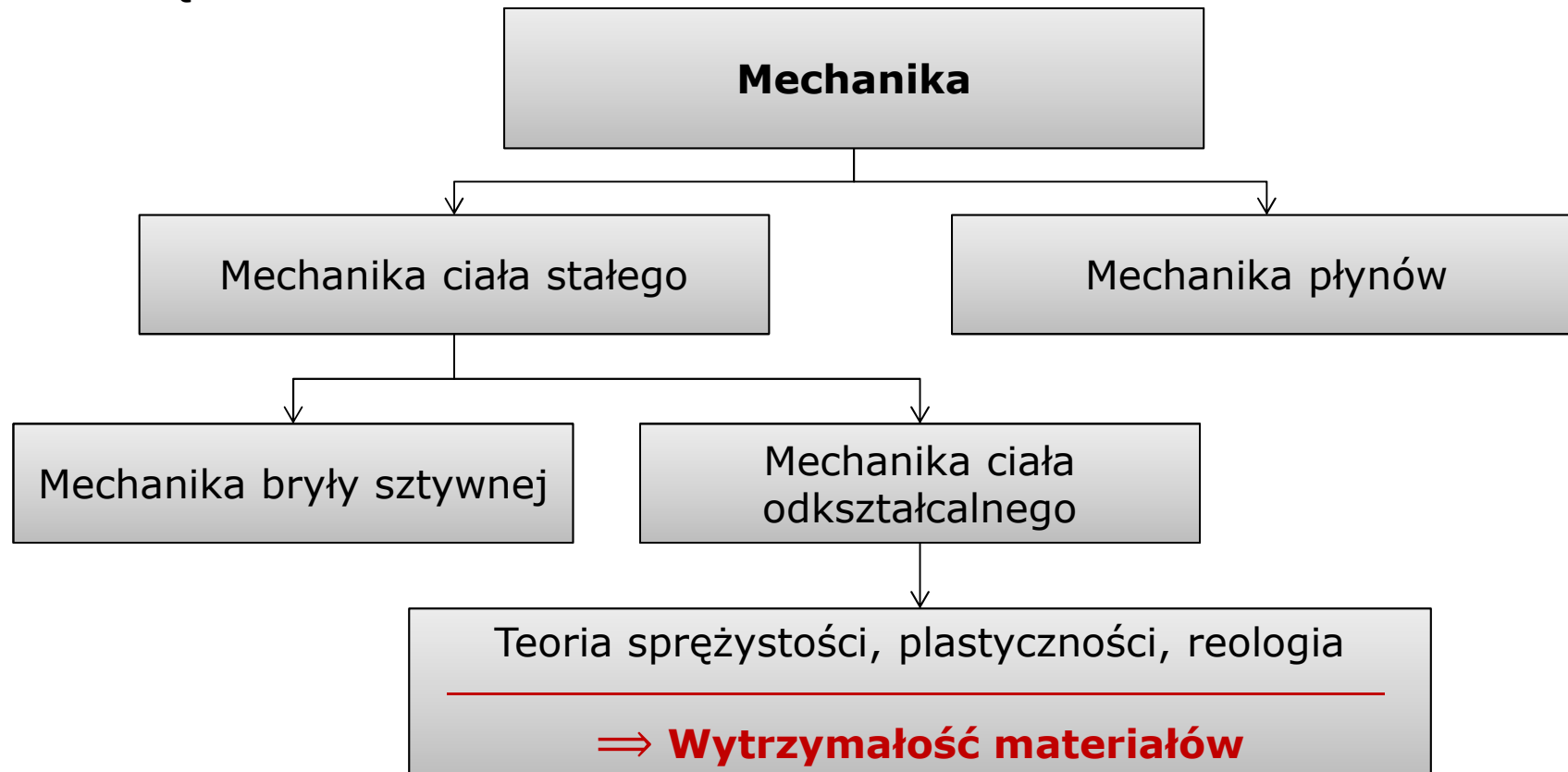
[5] Beer, F.P., Johnston E.R., DeWolf, J.T., Mazurek D.F.: **Mechanics of Materials. Mc Graw Hill Education, 2015**



[6] Philpot T.A.: **Mechanics of materials. John Wiley & Sons, Inc., 2008.**

2. Wytrzymałość materiałów

Wytrzymałość Materiałów – nauka (dział mechaniki) zajmująca się badaniem, doświadczalnym i teoretycznym, procesów deformacji i zniszczenia materiałów pod wpływem różnorodnych oddziaływań – obciążeń.



3. Kryteria projektowania i oceny trwałości konstrukcji

Cel wytrzymałości materiałów:
Uzyskanie prostych wzorów umożliwiających projektowanie i ocenę trwałości konstrukcji.

1. Warunek wytrzymałości

W całym obszarze analizowanego elementu przewidziane dla niego obciążenia nie wywołują osiągnięcia wytrzymałości materiału, z którego element jest wykonany

2. Warunek sztywności

Przemieszczenia lub odkształcenia elementu nie przekraczają dopuszczalnych wartości, przy których użytkowanie konstrukcji staje się utrudnione lub wręcz niemożliwe.



3. Kryteria projektowania i oceny trwałości konstrukcji

3. Warunek stateczności.

Element nie ulega nagłym przemieszczeniom lub zmianom geometrii. Przykładem jest wyboczenie pręta, które zachodzi zanim osiągnięta zostanie wytrzymałość materiału.

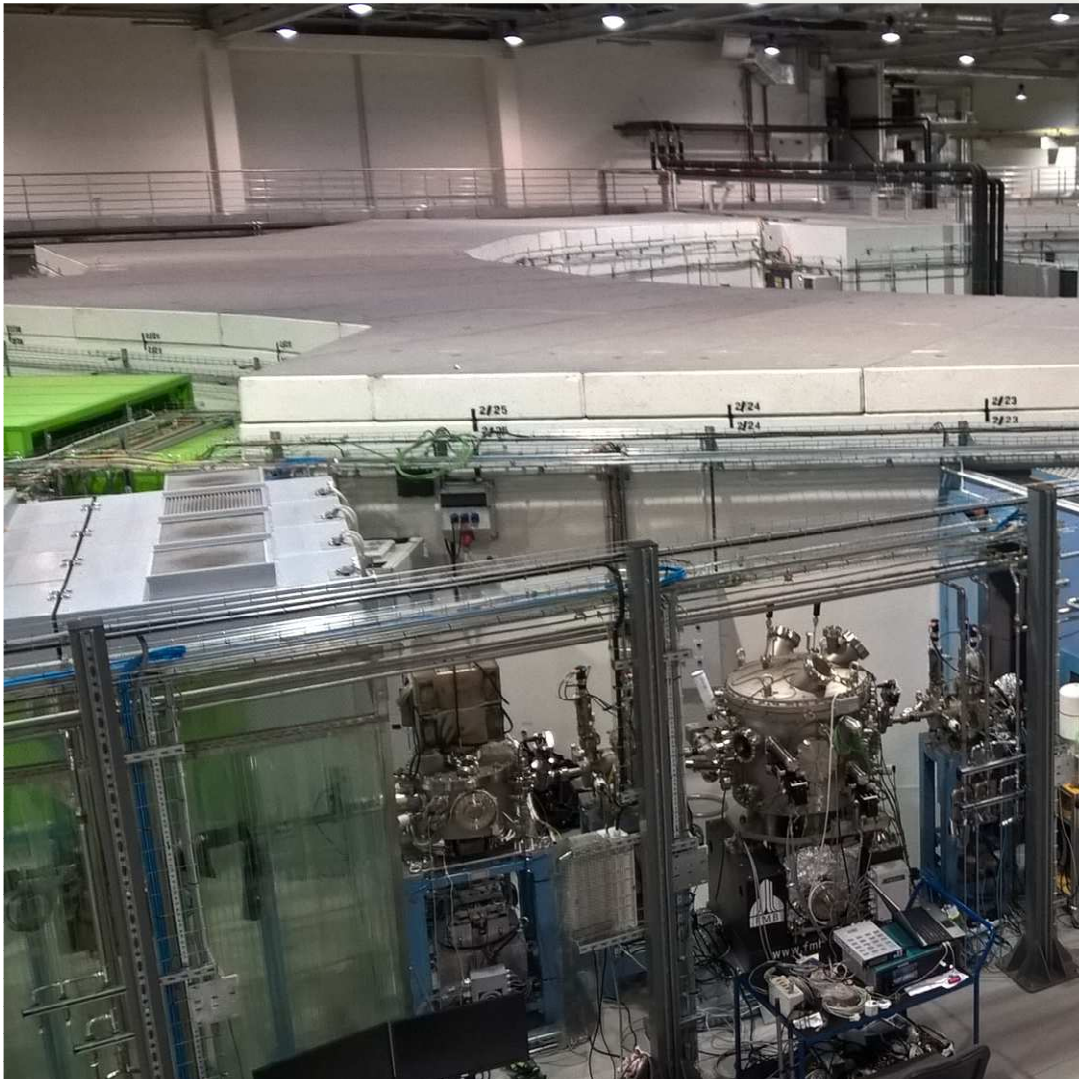
4. Warunek ekonomiczności

Materiał oraz wymiary elementu są tak dobrane aby w pełni wykorzystać właściwości zastosowanego tworzywa.



Beer, F.P., et. al. Mechanics of Materials.

Wytrzymałość Materiałów, a Mechatronika



Synchrotron

Narodowe centrum promieniowania synchrotronowego Solaris, Kraków

Roboty MELFA

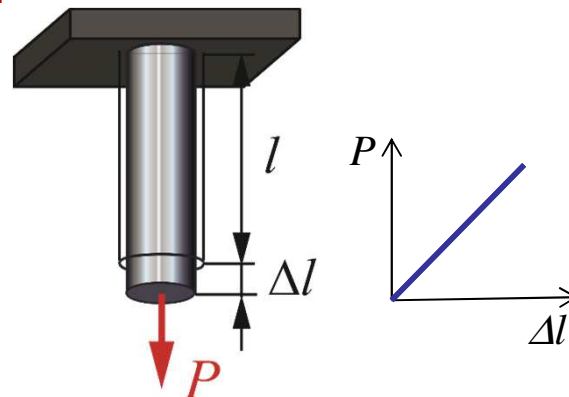
Mitsubishi Electric



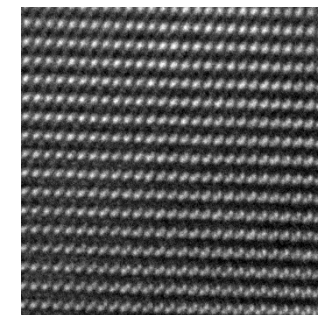
5. Konstrukcja – schemat obliczeniowy

5.1 Idealizacja materiału

1. Ciało jest zbiorem punktów geometrycznych obdarzonych masą czyli stanowi tzw. **continuum materialne**.
2. Właściwości materiału nie zależą od wyboru:
 - punktu - **jednorodność**
 - kierunku - **izotropia**
 - zwrotu na przyjętym kierunku - **izonomia**.
3. Ciało ulega deformacji sprężystej, wprost proporcjonalnie do przyłożonego obciążenia – **prawo Hooke’a**.



Płytki miedziane

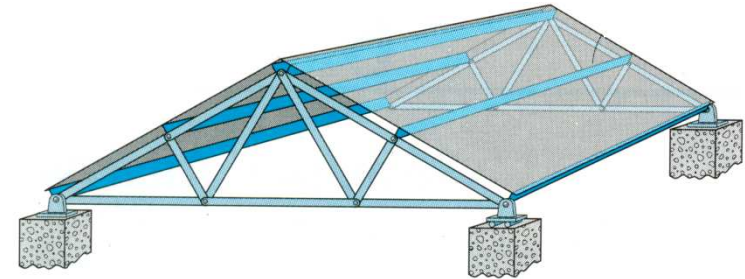


Miedź:
obraz HRTEM

5. Konstrukcja – schemat obliczeniowy

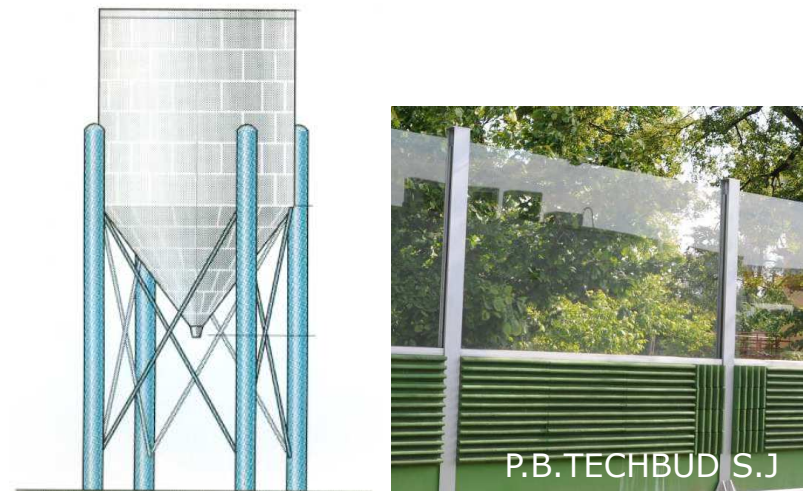
5.2 Idealizacja geometrii

1. Konstrukcje prętowe
Jeden wymiar utożsamiany z długością jest znacznie większy od dwóch pozostałych charakteryzujących przekrój.



2. Konstrukcje powierzchniowe
Dwa wymiary (charakteryzujące powierzchnię) znacznie większe od trzeciego czyli grubości.

- powłoki
- płyty
- tarczownice



3. Konstrukcje masywne
trzy wymiary są tego samego rzędu.

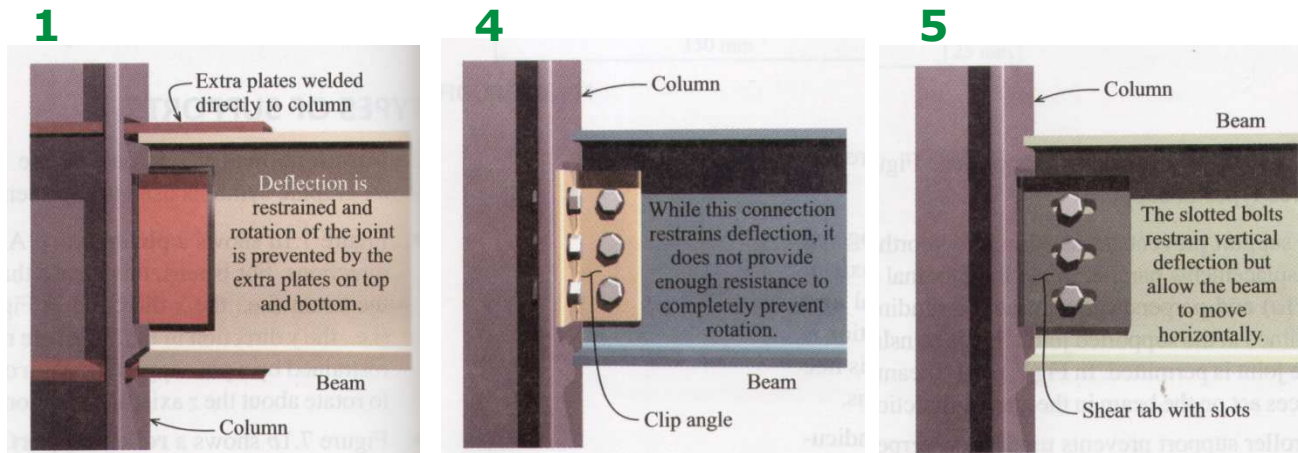


Ilustracje: R.C. Hibbeler
Engineering Mechanics Statics

5. Konstrukcja – schemat obliczeniowy

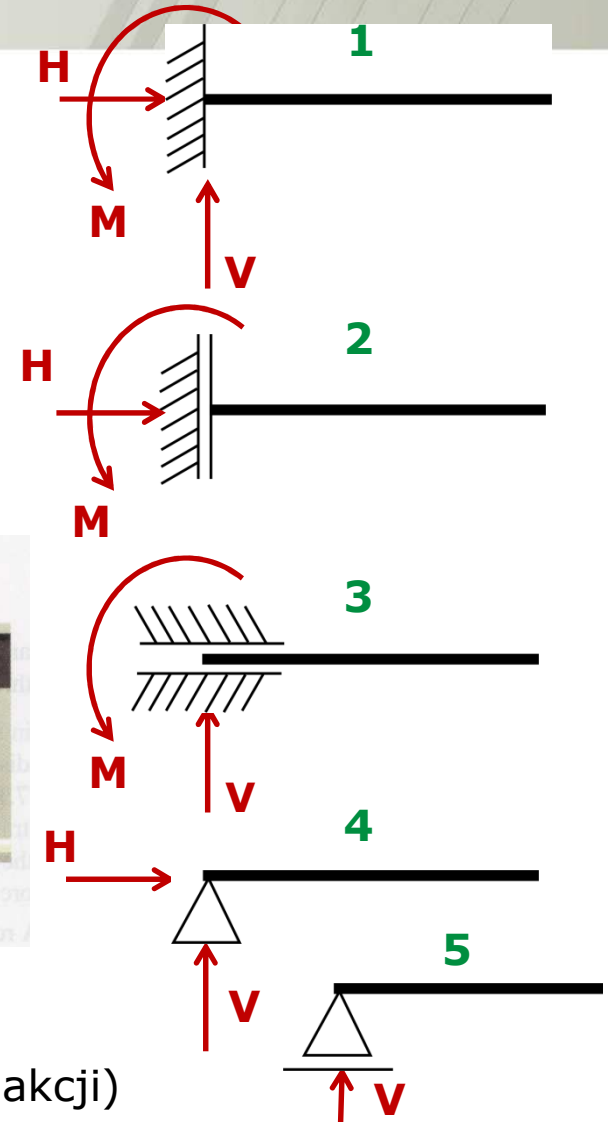
5.3 Idealizacja więzów

1. Utwierdzenie całkowite
2. Przesuw poprzeczny
3. Przesuw podłużny
4. Podpora przegubowo - nieprzesuwna
5. Podpora przegubowo - przesuwna



Philpot T.A., Mechanics of materials.

Siły bierne – stanowią wynik oddziaływania więzów (siły reakcji)

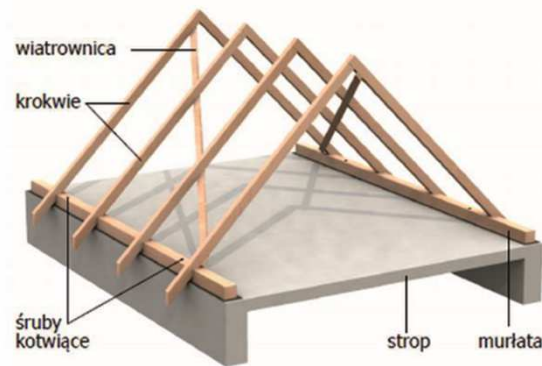


5. Konstrukcja – schemat obliczeniowy

5.4 Idealizacja obciążenia

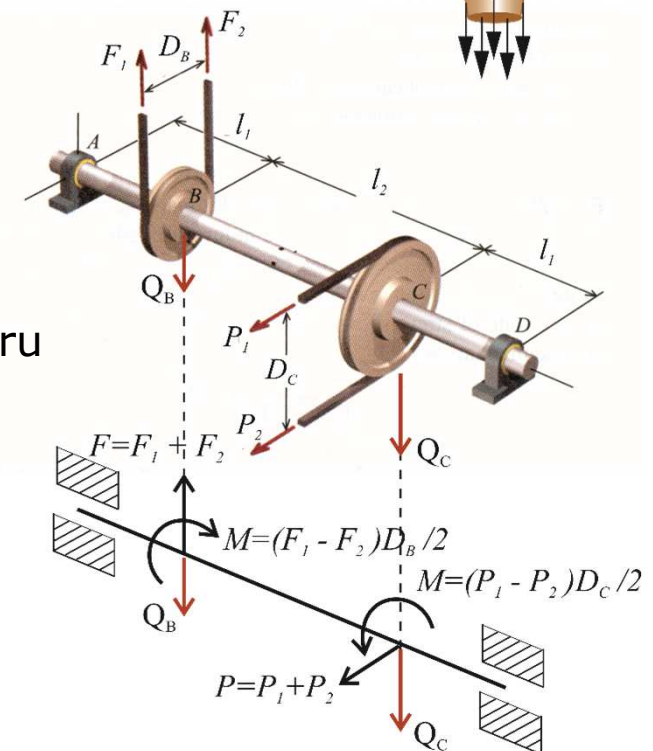
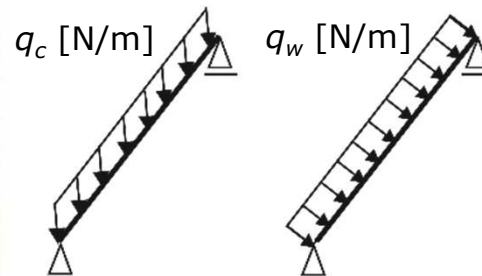
1. Obciążenie objętościowe.
Najczęściej są to siły masowe – ciężar własny.
2. Obciążenie powierzchniowe.
W zależności od powierzchni kontaktu rozróżniamy:
 - a. Obciążenie rozłożone (na powierzchni [N/m², lub linii N/m]).
 - b. Obciążenie skupione (siła [N], para sił – moment [Nm]).

Krokiew - obciążenie rozłożone



www.dom.pl

Ciężar własny Parcie wiatru



5. Konstrukcja – schemat obliczeniowy

5.5 Idealizacja obciążenia

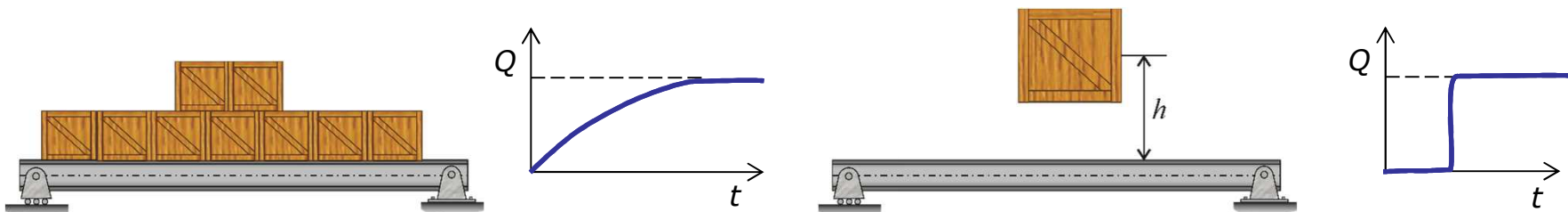
Ze względu na czas działania, obciążenie dzielimy na:

1. **Stale**: stale przyłożone do konstrukcji np. ciężar własny.
2. **Zmienne** - występują okresowo np. wiatr.
 - a. Ruchome: zmieniają miejsce przyłożenia np. pociąg
 - b. Nieruchome: przyłożone w określonym obszarze



Ze względu na sposób przyłożenia do konstrukcji, możemy rozróżnić:

1. **Obciążenia statyczne**: wprowadzane w sposób powolny, tak że prędkość energii kinetycznej w procesie obciążania jest równa zero.
2. **Obciążenia dynamiczne**: przyłożone w sposób nagły, lub zmieniające wartość w czasie.



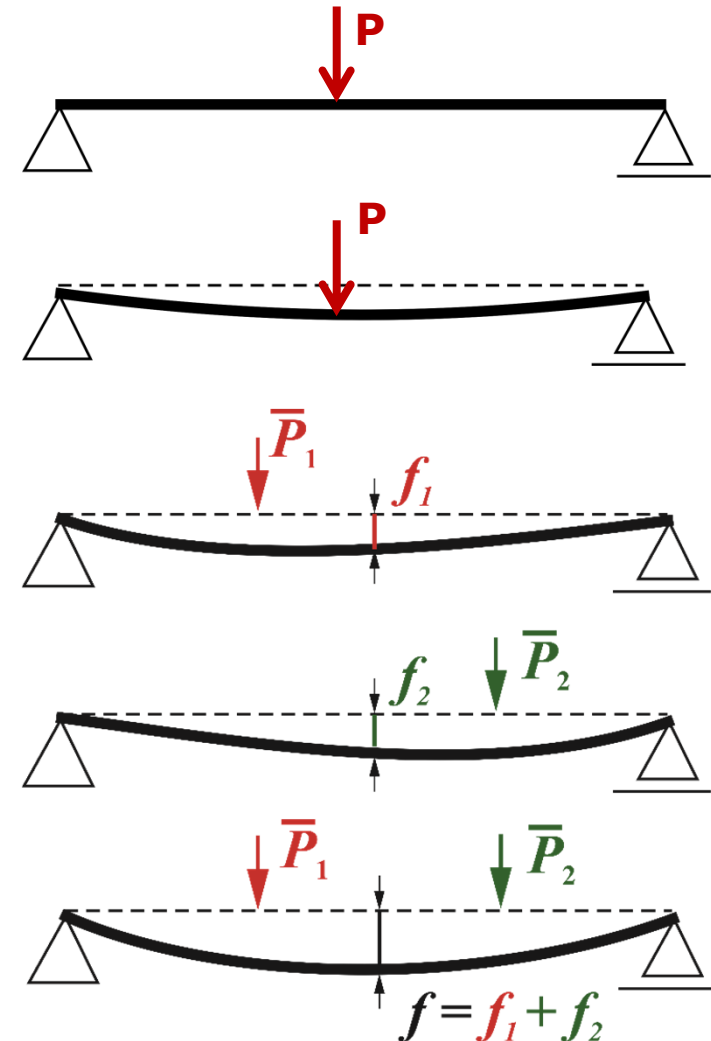
6. Zasady obliczeniowe

Zasada zeszczywnienia

Zakładamy, że przyłożone obciążenie wywołuje małe przemieszczenia punktów elementów konstrukcji względem wymiarów tych elementów. Dlatego przyjmujemy, że konfiguracja początkowa określa położenie równowagi konstrukcji i konfigurację tą wykorzystujemy w procesie projektowania.

Zasada superpozycji

Dowolny skutek wywołany równoczesnym działaniem kilku obciążeń jest równy sumie skutków jakie wywołałyby każde z tych obciążeń działając z osobna.



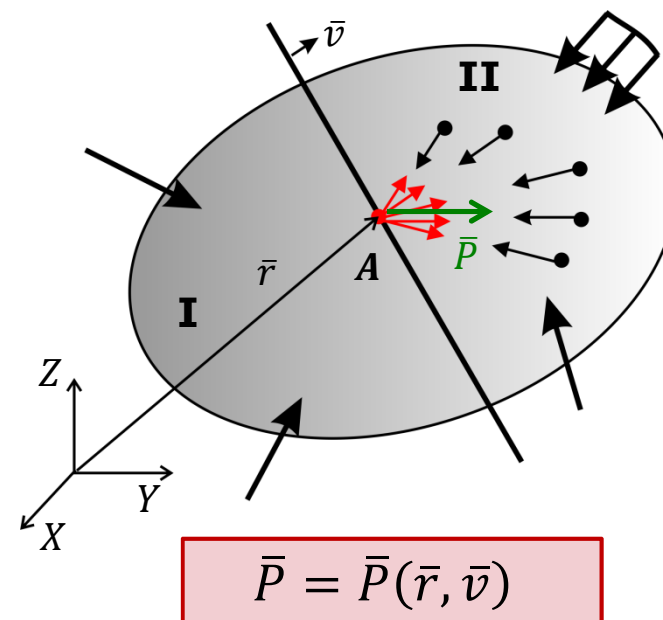
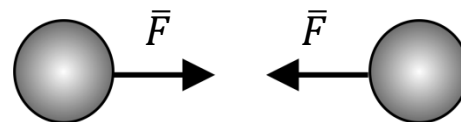
7. Siła wewnętrzna

Obciążenie zewnętrzne przyłożone do ciała wywołuje deformacje. Punkty materialne przemieszczają się, co prowadzi do zmiany sił z jakimi na siebie oddziałują. Przekroczenie pewnej krytycznej wartości wywołuje powstanie trwałych deformacji lub utratę spójności w rozważanym punkcie.

W celu ujawnienia oddziaływań pomiędzy punktami ciała dzielimy na dwie części płaszczyzną przechodzącą przez wybrany punkt, nazwijmy go A.

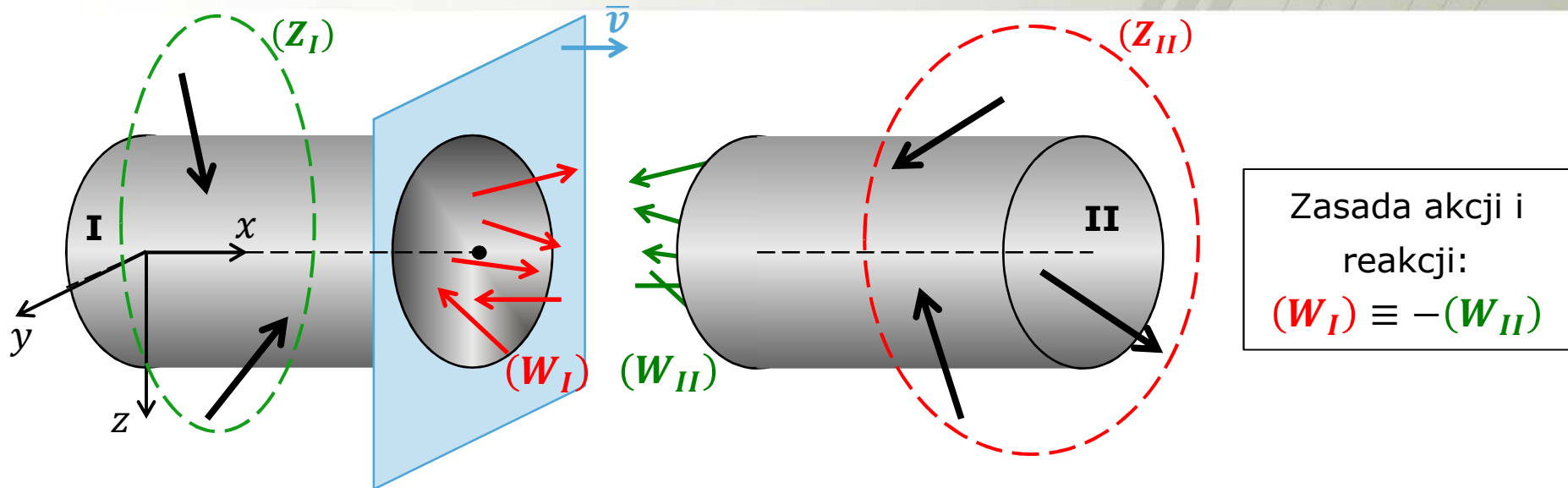
W punkcie A powstaje pęk sił z jakimi punkty materialne drugiej odciętej części oddziałują na wybrany punkt. Ujawniony zbieżny układ sił redukujemy do wypadkowej, którą nazywamy **siłą wewnętrzną**.

Siła wewnętrzna w punkcie (o wektorze wodzącym \vec{r}) leżącym na płaszczyźnie podziału (o wersorze normalnej zewnętrznej \vec{v}) to wypadkowa sił z jakimi punkty materialne drugiej odciętej części ciała oddziałują na wybrany punkt materialny, chcą go wyciągnąć z części I.



7.1 Równowaga ciała

Siły wewnętrzne i zewnętrzne



Ciało pozostaje w równowadze. Wobec tego układ sił zewnętrznych (Z) jest równoważny układowi zerowemu (0) .

W konsekwencji każda z części również pozostaje w równowadze.

Rozpatrywane równowagi pozwalają ujawnić, że układ sił wewnętrznych części I jest równoważny układowi sił zewnętrznych przyłożonych do części II. Podobny wynik otrzymujemy dla układu sił wewnętrznych części II.

$$(Z) \equiv (Z_I) + (Z_{II}) \equiv (0)$$

$$(W_I) + (Z_I) \equiv (0)$$

$$(W_{II}) + (Z_{II}) \equiv (0)$$

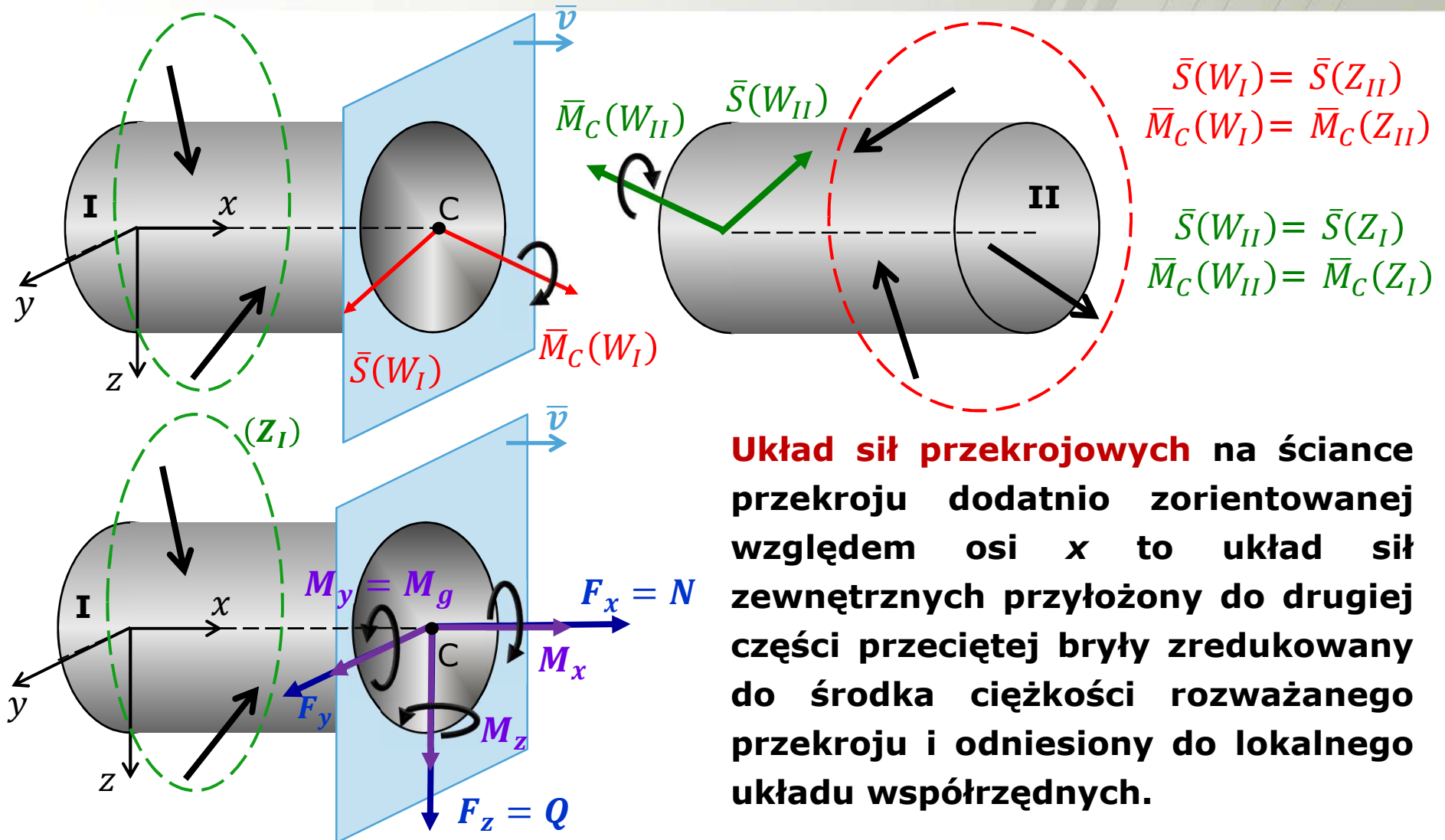
$$(W_I) \equiv -(Z_I)$$

$$(Z_I) \equiv -(Z_{II})$$

$$\Rightarrow (W_I) \equiv (Z_{II})$$

8. Siły przekrojowe

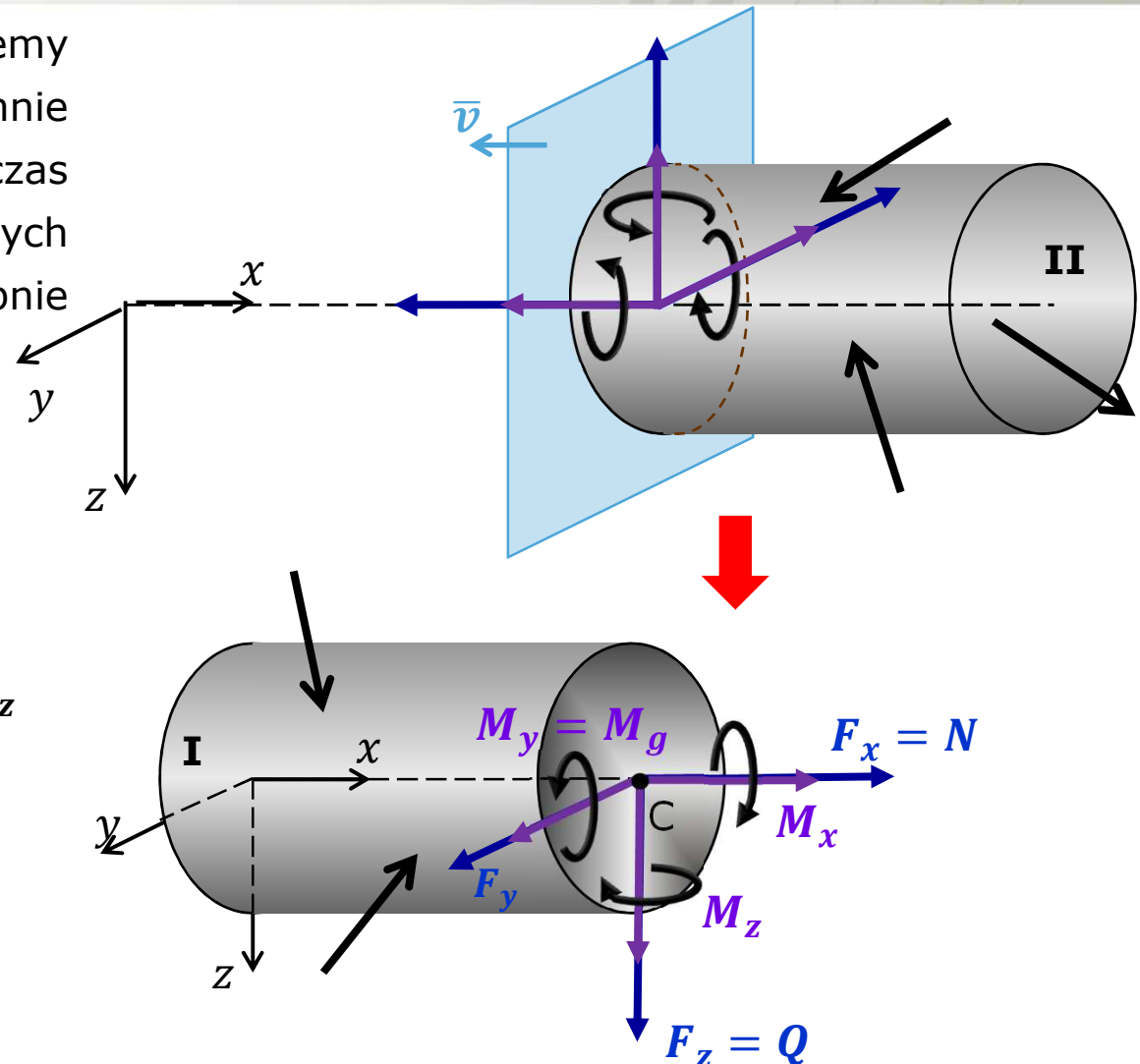
8.1. Definicja



8. Siły przekrojowe

8.2 Wyznaczanie

Układ sił przekrojowych możemy wyznaczać wykorzystując ujemnie zorientowaną ściankę. Wówczas redukujemy układ sił zewnętrznych przyłożonych do części I, a następnie zamieniamy go na przeciwny.



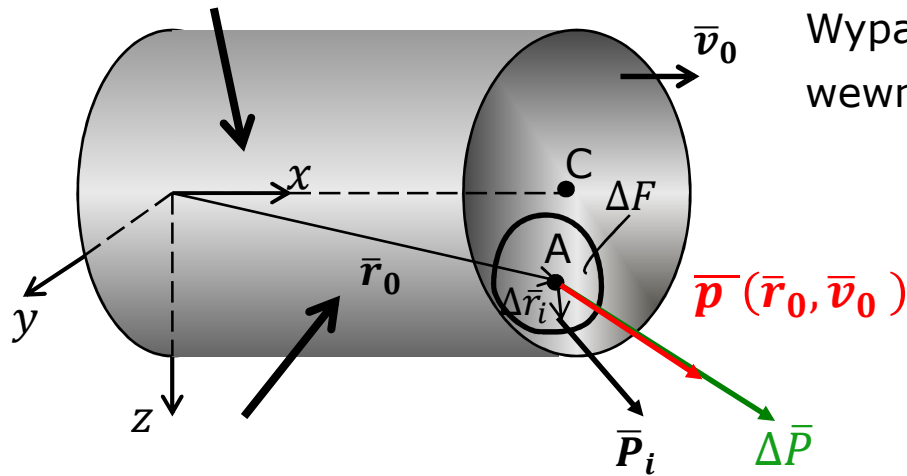
Siła podłużna (normalna): F_x

Siły poprzeczne (tnące): F_y, F_z

Moment skręcający: M_x

Momenty zginające: M_y, M_z

9. Naprężenie



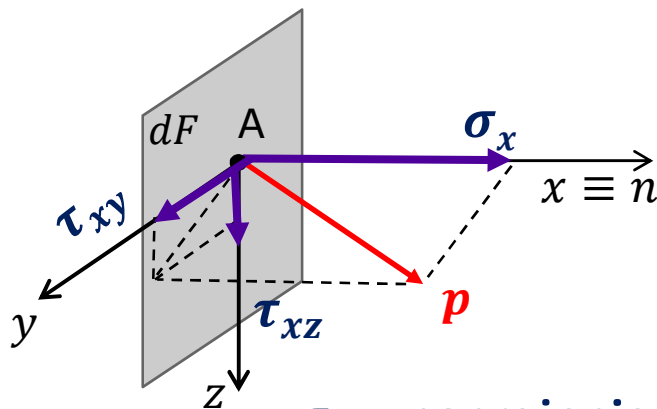
Wypadkowa nieskończonego zbioru sił wewnętrznych działających na otoczenie punktu A:

$$\Delta \bar{P} = \sum_{\Delta \vec{r}_i \in \Delta F} \bar{P}(\vec{r}_0 + \Delta \vec{r}_i, \vec{v}_0)$$

Naprężenie

$$\bar{p}(\vec{r}_0, \vec{v}_0) = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{P}(\vec{r}_0, \vec{v}_0, \Delta F)}{\Delta F} = \frac{d\bar{P}}{dF}$$

Naprężenie stanowi lokalną miarę gęstości sił wewnętrznych



σ_x – naprężenie normalne

τ_{xy}, τ_{xz} - naprężenia styczne

**Jednostki
naprężenia**

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

$$1 \text{ MPa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ mm}^2}$$

$$1 \text{ MPa} = \frac{1 \text{ MN}}{1 \text{ m}^2}$$